

Representaciones en Tiempo-Frecuencia en señales de marcha para la detección automática de la enfermedad de Parkinson

Marlon Estiben Bedoya Vargas

Universidad de Antioquia

Facultad de Ingeniería

Departamento de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones

Medellín, Colombia

2017

Representaciones en Tiempo-Frecuencia en señales de marcha para la detección automática de la enfermedad de Parkinson

Marlon Estiben Bedoya Vargas

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar por el título de: Ingeniero Electrónico

Asesor:

Juan Camilo Vásquez Correa

Línea de investigación: Procesamiento Digital de Señales Grupo de investigación: Grupo de Investigación en Telecomunicaciones Aplicadas GITA

Universidad de Antioquia Facultad de Ingeniería Departamento de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones Medellín, Colombia

2017

Resumen

La enfermedad de Parkinson es un desorden neurodegenerativo del sistema nervioso central caracterizada básicamente por rigidez, bradicinesia y pérdida de los reflejos posturales, por lo que las personas que padecen esta patología pierden considerablemente su autonomía por alteraciones en sus capacidades motoras y dificultades en el habla [1]. El diagnóstico clínico para detectar la enfermedad de Parkinson se realiza en base a historia clínica y exploración física del paciente, apoyado en pruebas complemetarias como análisis de laboratorio, pruebas de imagen cerebral como escáner cerebral (TAC) o resonancia magnética (RMN), pruebas de neuroimagen funcional como tomografía por emisión de positrones o pruebas neurofisiológicas como los estudios de electromiografía [2]. Desde la década de los años 60 se han venido implementando metodologías de estudio para la caracterización y el monitoreo de ésta y otras patologías bajo el desarrollo de nuevas técnicas y de los diferentes avances en disciplinas como la biomedicina. El desarrollo de nuevos componentes electrónicos y el diseño e implementación de nuevo y complejo hardware, han permitido la construcción de sensores que posibilitan la toma de muestras de bioseñales en pacientes para realizar un monitoreo constante de la evolución de su enfermedad. Diversos estudios han mostrado que con un tratamiento adecuado de estas bioseñales, es posible relacionar el nivel de enfermedad del paciente con las medidas capturadas, obteniendo unos resultados más o menos óptimos dependiendo de las medidas y las técnicas de análisis utilizadas, buscando ser una herramienta adicional para el diagnótico del paciente, pues se estima que entre el 5 % y el 20 % de los casos son erróneamente calificados como EP al compararlos con el diagnóstico definitivo histopatológico [3]. En el presente estudio se ha tomado un conjunto de datos de aceleración en ejercicios de marcha por medio de sensores inerciales adheridos al pie de los participantes, en una población enferma y dos sanas de diferentes grupos de edades, y a partir de allí se realiza un análisis en el dominio Tiempo-Frecuencia (TF) utilizando la Transformada de Fourier en Tiempo Corto (STFT) y la Transformada Wavelet Continua (CWT) para caracterizar las particularidades de cada una de las poblaciones, calculando para ello parámetros de energía y entropía. Posteriormente se implementa un clasificador basado en una algoritmo de aprendizaje automático para discriminar entre pacientes sanos y enfermos, obteniendo hasta un 94% de asertividad en la clasificación entre ambos grupos.

Agradecimientos

Primero quiero agradecer a mi madre, quien en medio de sus dificultades me ha apoyado en algunos momentos decisivos para el desarrollo de mi carrera. A ella por que sin tener los medios siempre ha tenido la voluntad y la intención de ser mi punto de apoyo para hacerme una persona íntegra y para lograr mis objetivos.

Agradezco a mis compañeros de pregrado, en especial a Adrián, a Liz y a Carlos, quienes pasaron de ofrecerme un cómodo grupo de estudio a entregarme su valiosa amistad. A Adrián por motivarme siempre y por creer en mí, por depositar su voto de confianza en ésta y otras áreas de mi vida. A Liz y a Carlos por sus consejos y sus regaños que tanto bien me han hecho en este proceso.

Agradezco también a todas esas personas que, aunque ahora no hacen parte de mi vida, siempre que estuvieron dejaron su granito de arena para el desarrollo de mi carrera,y finalmente gran parte de lo que soy es el resultado de la suma de todos y cada uno de ellos, que han sido fundamentales en mi desarrollo como persona y como profesional.

Quiero agradecer por supuesto, al grupo de investigación GITA por permitirme trabajar en este interesante proyecto, a "Rafa" por el aprendizaje que pude obtener a través de su experiencia y, en especial, a mi asesor Juan Camilo Vásquez por su disposición y su paciencia para ayudarme siempre en medio de su voluminoso trabajo y porque con su valioso conocimiento en la disciplina, me contribuyó desde el primer hasta el último momento.

Por último agradezo al proyecto CODI 2015-7683 y al Fonde de Apoyo a Trabajos de Grado código PR17-2-05 por el aoyo para la financiación de este estudio.

Índice general

R	esum	en		Ι
A	grade	ecimie	ntos	II
Ín	dice	de figu	ıras	\mathbf{v}
Li	sta d	le Tabl	as	VI
1.	Intr	oducc	ión	1
	1.1.	Motiva	ación y contexto	. 1
	1.2.	Estado	o del arte	. 2
	1.3.	Objeti	VOS	4
		1.3.1.	Objetivo general	. 4
		1.3.2.	Objetivos específicos	. 4
2 .	Mar	co Te	órico	5
	2.1.	ANÁL	JSIS ESPACIO-TEMPORAL	. 6
		2.1.1.	Shimmer	6
		2.1.2.	Jitter	. 7
	2.2.	ANÁL	ISIS EN FRECUENCIA	. 8
		2.2.1.	Representación en series de Fourier	. 8
		2.2.2.	Espectro complejo de Fourier	. 9
		2.2.3.	Transformada de Fourier	10
		2.2.4.	Distorsión armónica total	. 11
	2.3.	ANAL	JSIS TIEMPO-FRECUENCIA	. 11
		2.3.1.	Transformada de Fourier en tiempo corto	. 12
	2.4	2.3.2.	Transformada wavelet continua (CWT)	. 12
	2.4.	EXTR	ACCION DE CARACTERISTICAS	. 14
		2.4.1.	Medidas de energia	14
			2.4.1.1. Teorema de Parseval	. 14
		949	2.4.1.2. Centroldes espectrales	15
	95	2.4.2.		10 16
	2.0.	251	Méquines de sonorte vectorial	10 16
		4.0.1.	2.5.1.1 Caso linealmente separable	17
			2.5.1.1. Caso linealmente no separable	10
				ь <u>т</u>

3 .	. Metodología							
	3.1.	Extrac	ción de características en el tiempo	22				
	3.2.	Extrac	ción de características en el dominio tiempo-frecuencia	24				
		3.2.1.	Espectrogramas	24				
		3.2.2.	Escalogramas	25				
	3.3.	Clasifi	$\operatorname{cación}$	27				
		3.3.1.	Validación cruzada	27				
		3.3.2.	Máquina de soporte vectorial	28				
4.	Res	ultado	s y análisis	29				
	4.1.	Result	ados con características frecuenciales	29				
		4.1.1.	Resultados de las características frecuenciales	29				
		4.1.2.	Resultados con características temporales	30				
		4.1.3.	Análisis	31				
5.	Con	clusio	nes	37				

Bibliografía

Índice de figuras

2.1.	Representación temporal de una señal	6
2.2.	Espectro Fourier de una señal	10
2.3.	Representaciones y resoluciones en el dominio tiempo-frecuencia	13
2.4.	Hiperplano de separación óptima	19
2.5.	Uso de un kernel para la transformación de los datos	20
3.1.	Zapatos utilizados para las grabaciones de marcha	22
3.2.	Muestra de señales de aceleración normalizadas en controles y pacientes $\ .$	23
3.3.	Muestra de señales de aceleración normalizadas en controles y pacientes $\ .$	24
3.4.	Muestra de espectrogramas	25
3.5.	Muestra de escalogramas	26
4.1.	Envolventes de energías absolutas para el ejercicio $4x10$ en pacientes vs	
	controles jóvenes	32
4.2.	Envolvente de las energías absolutas para el pie en reposo en el ejercicio	
	del tapping en el eje z	33
4.3.	Energía relativa para el tapping en el eje z para un control adulto	34
4.4.	Envolventes de las entropías en el ejercicio 4x10 apartir del escalograma	
	y el espectrograma para un paciente V s un control joven	35
4.5.	Centroides espectrales de población joven en el ejercicio del tapping	36

Índice de cuadros

Resumen de la base de datos utilizada para el desarrollo del proyecto. PD : Pacientes con enfermedad de Parkinson. HC : Controles sanos. μ :	
promedio, σ : desviación estándar	21
Diferentes valores de c para el barrido del parámetro óptimo	27
Resultados totales de la clasificación en el dominio tiempo-frecuencia. HCY : controles jóvenes. HCo : controles adultos. PD : Pacientes. Ea :Energía ab- soluta. Er :Energía relativa. EE : Entropía. CE :Centroides espectrales	29
Resultados totales de la clasificación en el dominio espacio-temporal. Sha:Shimmer absoluto.Shr:Shimmer relativo.Jia: Jitter absoluto.Jir:Jitter relativo.THD: Distorsión armónica total.TP: Localización temporal de	
	31
Mejores medidas por tarea. HCY : controles jóvenes. HCo : controles adul- tos. PD : Pacientes. Ea :Energía absoluta. Er :Energía relativa. EE : Entropía. C espectrales	E :Centroides 34
Resumen de los resultados obtenidos en la clasificación. PD : Pacientes con enfermedad de Parkinson. HC : Controles sanos. μ : promedio, σ : desviación estándar.	37
	Resumen de la base de datos utilizada para el desarrollo del proyecto. PD : Pacientes con enfermedad de Parkinson. HC : Controles sanos. μ : promedio, σ : desviación estándar

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación y contexto

La enfermedad de Parkinson (EP) es un desorden neurodegenerativo del sistema nervioso central descrito por primera vez por James Parkinson en 1817, quien describió como síntomas principales de esta patología la rigidez, el temblor y los trastornos de la marcha, sin reconocer en ella un deterioro psíquico o intelectual, recopilando y sintetizando las observaciones que desde el siglo XVII diferentes investigadores apuntaron acerca de la enfermedad que lleva su nombre [4]. 50 años más tarde, Charcot y Vulpian, en su obra "Dela paralysie agitante", describen deterioros autonómicos y cognitivos asociados a esta patología [5]. La EP se caracteriza por la presencia de temblor de reposo, rigidez, bradicinesia y pérdida de los reflejos posturales, pudiendo estar acompañada de fenómenos disautonómicos, micrografía, hipofonía o disartria [1]. La escala asignada para evaluar el estado neurológico de la enfermedad de Parkinson es la escala UPDRS (del inglés Unified Parkinson's Disease Rating Scale)[6], distribuida en 4 secciones: parte I: mental, conductual y de ánimo; parte II: actividades de la vida diaria; parte III: evaluación motora; y parte IV: complicaciones motoras. En la parte 3, se evalúan ítems como el golpeteo de los dedos en las manos, golpeteo con los dedos de los pies, agilidad de las piernas, postura, levantarse de la silla, congelamiento de la marcha, persistencia de temblor en reposo, entre otras [7].

La identificación temprana en personas que padecen de la EP tendría efectos positivos para los afectados y para sus familias desde el punto de vista del mejoramiento de su calidad de vida al comenzar tratamientos en etapas poco avanzadas de la enfermedad y reducir de alguna manera los efectos motrices que más impiden el desarrollo de su vida diaria que incluyen problemas del habla, control de movimientos involuntarios y, además, problemas de aprendizaje [8] siendo de gran ayuda el desarrollo de sistemas y metodologías que permitan llevar un control y actuar como ayuda diagnóstica en el campo médico para la detección temprana de la enfermedad, pues se estima que entre un 5 % a 20 % de los casos son erróneamente calificados como EP al compararlos con el diagnóstico definitivo hispatológico. Los errores diagnósticos más frecuentes son: temblor esencial, parkinsonismo vascular y otros cuadros atípicos [3].

1.2. Estado del arte

Desde la década de los años 60, en centros de investigación se ha hecho uso de la estimulación eléctrica funcional (FES, por sus siglas en inglés), para realizar asistencia y estudio de individuos que padecen deficiencias en la marcha a causa de enfermedades en el sistema nervioso central, consistentes en estimulaciones eléctricas enviadas por medio de electrodos autoadhesivos o implantados en los músculos de la pierna [9]. Estas mediciones han evolucionado al ritmo de la tecnología, pues con el paso de los años se han desarrollado e incorporando nuevas herramientas de sensado, procesamiento e identificación de señales en el campo médico en un sinnúmero de especialidades [10].

En el caso del estudio de las extremidades inferiores, una de las herramientas utilizadas por los investigadores son sensores inerciales llamados eGaIT (del inglés Embedded Gait Analysis using Intelligent Technology [11] que consisten en sensores triaxiales compuestos por acelerómetros y giróscopos unidos al pie de los pacientes, obteniendo señales que muestran el comportamiento a lo largo del tiempo de las extremidades inferiores durante pruebas de marcha estandarizadas. Estos sensores pueden ser adquiridos a bajo coste y han sido utilizados desde la década de los 90 para diferentes aplicaciones biomédicas, demostrando una alta confiabilidad en las mediciones y ganando cada vez más popularidad en el uso médico [12]. Una de las múltiples aplicaciones biomédicas, ha sido la captura de señales de motricidad en pacientes con enfermedad de Parkinson [13]. A partir de las señales obtenidas, diferentes investigaciones demuestran que, utilizando diversos métodos de análisis, es posible extraer patrones característicos que permitan relacionar las medidas obtenidas con el nivel de enfermedad del paciente. Tal es el caso del trabajo realizado en [14], donde se realiza una predicción del estado neurológico de los pacientes usando características relacionadas con la entropía y energía en tres momentos de cada zancada (impulsión, apoyo del talón, y apoyo total del pie). Los autores logran aciertos de hasta el 81% en la detección de todos los pacientes, y del 91% cuando solo consideran los pacientes más afectados por la enfermedad. En [10] se realiza una estimación en los dominios de tiempo, frecuencia y tiempo-frecuencia, de un grupo de medidas altamente significativas que pueden diferenciar a un grupo de personas sanas de otro grupo de personas con alguna patología neurológica que afecta el normal desarrollo de la marcha, encontrando con ello patrones de marcada diferenciación en cada uno de los grupos. Luego, en [15] se hace un análisis multimodal basado en el análisis de escritura y marcha, usando para este último caso sensores triaxiales y basándose en características frecuenciales, además de medidas estadísticas de la secuencia de la señal, para obtener un 89% de acierto en las medidas de escritura y 91% en las de marcha. En [16] se hace uso de "zapatos inteligentescon el internet de las cosas para realizar un monitoreo constante en eventos importantes en la marcha, como lo es el caso del análisis constante de algunos parámetros de marcha que son afectados por la enfermedad de Parkinson. Allí los autores hacen uso, para la extracción de las características en el dominio de la frecuencia, los coeficientes de la transformada rápido de Fourier y de la transformada wavelet después de haber hecho un preprocesado y segmentación de los datos. Con ello, se ha logrado hacer un proyecto piloto de telemedicina consistente en hacer en horarios diurnos un monitoreo de la evolución de la enfermedad de los pacientes evitando con ello los costes y tiempos generados por la constante visita médica para tal fin. En [17] se realiza un estudio multimodal, donde se estudia voz, marcha y escritura para hacer una predicción del UPDRS y hacer una clasificación entre pacientes y personas sanas de manera independiente y combinando las modalidades. Se ha obtenido unos índices de correlación para la predicción del UPDRS en marcha entre 0.66 y 0.72, en escritura entre $0.12 \ge 0.48 \ge 0.14 \ge 0.40$. En [18] se hace un análisis con 98 pacientes ≥ 50 controles con grabaciones de marcha en el ejercicio estándar 4x10, logrando identificar parámetros de deterioro en el desarrollo de la enfermedad.

En el presente trabajo se busca analizar las limitaciones motoras presentadas en las extremidades inferiores en pacientes que padecen de EP, por medio del análisis de señales adquiridas a través de sensores inerciales, capaces de medir la aceleración y la velocidad angular. A partir de las señales capturadas, se realiza un análisis tiempo frecuencia que solventa las limitaciones de la transformada de Fourier, ya que ésta herramienta, siendo ampliamente utilizada en el análisis de múltiples aplicaciones, presenta limitaciones porque no puede dar información de la evolución del espectro de una señal en el tiempo [19]. Por ello, a partir de las señales capturadas, se van a calcular características basadas en energía y entropía en representaciones tiempo frecuencia como la transformada de Fourier en tiempo corto (STFT) y la transformada wavelet continua (CWT). Adicionalmente se adaptarán técnicas de análisis de voz como el shimmer y la distorsión armónica total [20] para un análisis espacio-temporal que permita conocer otras características de las señales que no sean evidentes en el dominio frecuencial. Por último, se hace uso de una máquina de soporte vectorial (SVM) entrenada con las características extraídas para clasificar entre pacientes con EP y personas sanas, a la vez que se hace un comparativo acerca de la cantidad de información y la validez de la misma suministrada por cada uno de los dominios utilizados en el análisis. Así se podrá entonces determinar en cual

de los dominios se puede tener mayor asertividad y, además de ello, determinar cuales características temporales y frecuenciales en el análisis de la marcha tiene mas relevancia la tarea discriminante.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

Implementar una metodología que permita apoyar el diagnóstico de pacientes con enfermedad de Parkinson utilizando señales de marcha capturadas con sensores inerciales.

1.3.2. Objetivos específicos

- Implementar un algoritmo de segmentación que permita detectar cada uno de los pasos dados por los pacientes para su posterior caracterización
- Implementar algoritmos que permitan extraer características de tiempo-frecuencia y espectrales, asi como de caracterización espacio-temporal a partir de las señales de marcha obtenidas de los pacientes.
- Realizar un análisis estadístico que permita encontrar patrones ente las medidas calculadas sobre pacientes con enfermedad de Parkinson y personas sanas.
- Implementar algoritmos de clasificación para discriminar entre pacientes de las personas sanas.

Capítulo 2

Marco Teórico

La comunidad científica ha manifestado su interés en el análisis de la marcha y otras bioseñales para detectar la enfermedad de Parkinson y monitorear el estado neurológico de los pacientes. En el caso particular del estudio de las extremidades inferiores, una de las herramientas utilizadas por los investigadores son sensores inerciales llamados eGaIT (del inglés Embedded Gait Analysis using Intelligent Technology) [11] que consisten en sensores triaxiales compuestos por acelerómetros y giróscopos unidos al pie de los pacientes, obteniendo señales que muestran el comportamiento a lo largo del tiempo de las extremidades inferiores durante pruebas de marcha estandarizadas.

A partir de las señales obtenidas, diferentes investigaciones demuestran que, utilizando diversidad de métodos de análisis, es posible extraer patrones característicos que permitan relacionar las medidas obtenidas con el nivel de enfermedad del paciente.

En el análisis y procesamiento de las señales se cuenta con distintas herramientas cuyo uso tiene por objeto lograr a partir de un número finito de datos muestra, obtener información importante referida a un fenómeno o sistema que ellos representan. Desde el punto de vista matemático, una señal puede ser descrita de muy distintas maneras. Un problema central es encontrar una representación en la cual ciertos atributos de la señal se hagan explícitos. A menudo, éstas vienen dadas como funciones del tiempo. En el estudio de las señales es generalmente provechoso disponer de una representación en el dominio de la frecuencia ya que permite extraer características que suelen no estar puestas en evidencia en el dominio temporal y que son de gran utilidad para comprender su naturaleza o facilitar el diseño de sistemas asociados. Así, mientras que una función en el dominio temporal indica cómo la amplitud de la señal cambia en el tiempo, su representación en el dominio de la frecuencia permite conocer cuan a menudo esos cambios tienen lugar [21].

2.1. ANÁLISIS ESPACIO-TEMPORAL

Un método simple de representación de señales es dibujarla en una gráfica dependiente del tiempo. Esta representación se denomina representación en el dominio temporal (o time domain representation). En este caso, representamos la evolución de la amplitud (de la magnitud que medimos: presión, voltaje, etc) respecto al tiempo [22]. En la figura 2.1 se ilustra una señal en el dominio temporal.



FIGURA 2.1: Representación temporal de una señal

En el análisis temporal de señales de voz es usual encontrar medidas de perturbación que miden la variabilidad de la amplitud y la frecuencia de la señal a lo largo del tiempo [23], pudiendo determinar patologías asociadas a desórdenes neurodegenerativas o patologías en el sistema de producción de voz [24]. Dichas técnicas reciben el nombre de shimmer y jitter, y describen, respectivamente, la variación de la frecuencia fundamental y la variación de las amplitudes máximas de la señal [25].

2.1.1. Shimmer

El shimmer expresa la variabilidad de las amplitudes pico a pico en decibeles, expresado como el promedio absoluto del logaritmo en base 10 de la diferencia entre las amplitudes de periodos consecutivos, multiplicados por 20, de acuerdo a la ecuación 2.1 :

Shimmer(dB) =
$$\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} \left| 20 \log \left(\frac{A_{i+1}}{A_i} \right) \right|$$
 (2.1)

En donde A_i son los datos de la amplitud pico a pico de la señal y N es el número de ventanas analizadas [25].

Existe también la posibilidad de definir el shimmer de manera relativa, en donde se define como el promedio absoluto de la diferencia entre amplitudes consecutivas de dos periodos, dividido por el promedio de amplitudes y expresado como porcentaje [25]:

Shimmer(relative) =
$$\frac{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} |A_i - A_{i+1}|}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} A_i}$$
 (2.2)

Otra manera de analizar las perturbaciones de las amplitudes de las señales basado en shimmer recibe el nombres de coeficientes de amplitud de perturbación de 3 y de 5 puntos. Éstas consisten en tomar los 3 o 5 puntos máximos de la señal, según sea el caso de interés, y se divide el promedio absoluto de la diferencia entre cada una de estas amplitudes y sus 4 vecinos mas cercanos entre el promedio de amplitudes. Dichas medidas reciben el nombre de APQ3 y APQ5.

2.1.2. Jitter

La medida del Jitter consiste en valorar la variación de la ferecuencua fundamental, calculando el promedio absoluto de la diferencia de periodos consecutivos, expresado de acuerdo a la eccuación 2.3:

Jitter(absolute) =
$$\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} |T_i - T_{i+1}|$$
 (2.3)

donde T_i es extraído del período fundamental F_0 y N es el número de períodos-

Al igual que el shimmer, el jitter puede también evaluarse considerando el promedio de periodos consecutivos, dividido por el promedio del período y se expresa como porcentaje, llamado jitter relativo:

Jitter(relative) =
$$\frac{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} |T_i - T_{i+1}|}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} T_i}$$
 (2.4)

Como es el caso del shimmer, el jitter también tiene la posibilidad de medirse sobre los vecindarios de máxima variabilidad de frecuencias. Dichas medidas son llamadas perturbación relativa promedio (RAP) y coeficiente de perturbación de periodo de 5 puntos (PPQ5). Estas medidas tienen que ver con los 2 y 5 picos de variación máxima de frecuencias en una secuencia.

2.2. ANÁLISIS EN FRECUENCIA

Una manera de obtener una representación específica de una señal, es descomponiendo la señal original x(t) en bloques mas elementales $x_i(t)$ [26]. Esto es posible gracias a que cualquier función x(t) se puede expresar como una suma de sus componentes a lo largo de un grupo o conjunto de funciones ortogonales entre sí, si forman un grupo completo [27]. En procesamiento de señales, es clásico que la herramienta para realizar el análisis en frecuencia, sea la transformada de Fourier. Esta transformada permite descomponer una señal en componentes individuales de frecuencia y establece la intensidad relativa de cada una, consiguiendo una representación de la variación de la frecuencia en el tiempo en el que la señal existe [28].

2.2.1. Representación en series de Fourier

Se puede comprobar que la familia de funciones del seno y del coseno de la forma:

$$x(t) = \sin(k_n t) \qquad \qquad x(t) = \cos(k_n t) \tag{2.5}$$

son ortogonales entre sí [27]. Al cumplirse ésta condición, x(t) puede representarse en términos de estas funciones en cualquier intervalo $(t_0, t_0 + \frac{2\pi}{\omega_0})$. Así,

$$x(t) = a_0 + a_1 \cos \omega_0 t + a_2 \cos 2\omega_0 t + \dots + a_n \cos n\omega_0 t + \dots + b_0 + b_1 \sin \omega_0 t + b_2 \sin 2\omega_0 t + \dots$$
(2.6)

Si denotamos por conveniencia $2\pi/\omega_0$ por T, la ecuación 2.6 queda entonces como:

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos\left(n\omega_0 t\right) + b_n \sin\left(n\omega_0 t\right) \right)$$
(2.7)

La ecuación 2.7 es la representación de x(t) por medio de la serie trigonométrica de Fourier en el intervalo $[t_0, t_0 + T]$ [27]. Las constantes a_0 , a_n y b_n están dadas por:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{(t_0+T)} x(t) \cos n\omega_0 t dt \qquad b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{(t_0+T)} x(t) \sin n\omega_0 t dt \qquad (2.8)$$

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{(t_0+T)} x(t) dt$$
(2.9)

El término constante a_0 en la serie es el valor promedio de x(t) en el intervalo. Así, a_0 es la componente directa. La serie trigonométrica (ecuación 2.7) tine la siguiente representación compacta:

$$x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \cos\left(n\omega_0 t + \varphi_n\right)$$
(2.10)

en donde

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \qquad y \qquad \varphi = -\tan\left(\frac{b_n}{a_n}\right)^{-1}$$
 (2.11)

Una manera más práctica de representar las series de Fourier es mediante la llamada serie exponencial, cuya expresión vienen dada por:

$$x(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} X_n e^{jn\omega_0 t} dt$$
(2.12)

 X_n se re expressa de acuerdo con la ecuación 2.13.

$$X_n = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0 + T} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$
 (2.13)

Debido a que el conjunto de funciones exponenciales $e^{jn\omega_0 t}$ es ortogonal en el intervalo $t_0, t_0 + \frac{2\pi}{\omega_0}$ para cualquier valor de t_0 , nótese que la serie exponencial y trigonométrica no son dos series distintas, sino dos maneras diferentes de expresar la misma serie.

2.2.2. Espectro complejo de Fourier

El desarrollo en series de Fourier de una función periódica equivale realmente a la transformación de la función en términos de sus componentes de frecuencias angulares. El espectro se puede representar dibujando líneas verticales en $\omega = \omega_0, 2\omega_0, \ldots$, etc, con alturas proporcionales a la amplitud de la componente corresponiente de frecuencia, usando para ello cualquiera de las dos series, la trigonométrica o la exponencial.

La figura 2.2 se muestra un espectro de Fourier para una señal senoidal compuesta por la suma de señales de su misma naturaleza con diferentes frecuencias fundamentales, en donde puede verse claramente las componentes en cada armónico de frecuencias. Ésta teoría es exitosa en múltiples aplicaciones, pero presenta limitaciones porque no puede dar información de la evolución del espectro de la señal en el tiempo [29].



FIGURA 2.2: Espectro de Fourier de una señal

2.2.3. Transformada de Fourier

Hasta ahora, se ha hecho énfasis en la representación de una función en términos de una serie exponencial o trigonométrica en un intervalo finito. Sin embargo, es posible extender la representación a todo el intervalo $(-\infty, \infty)$ en términos de señales exponenciales. Para ello podemos construir una función periódica con período T de modo que x(t)represente el primer ciclo de la onda periódica. La nueva función es entonces una función periódica y se puede expresar mediante la serie exponencial de Fourier. De esta forma, se puede representar la serie exponencial $x_T(t)$ por medio de la ecuación 2.12, donde 2.13 representa la amplitud de cada componente de frecuencia X_n . Si suponemos que T aumenta, la frecuencia fundamental ω_0 disminuye y el espectro se vuelve mas denso. Ahora bien, X_n es una función en términos de $n\omega_0$, con lo que la ecuación 2.12 puede escribirse como:

$$x_T(t) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(\omega_n) e^{j\omega_n t}$$
(2.14)

Si substituimos el valor de $T = 2\pi/\omega_0$ en la ecuación 2.14, obtenemos:

$$x_T(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(\omega_n) e^{j\omega_n t\omega_0}$$
(2.15)

que es una suma discreta de componentes de frecuencia, tal que si se hace que $\omega_0 \Rightarrow 0$, se le puede representar por $d\omega$ y la ecuación se transforma en:

$$X(W) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}dt$$
(2.16)

más conocida como la transformada de Fourier de x(t).

2.2.4. Distorsión armónica total

La distorsión armónica total (THD) es una medida usada para cuantificar el nivel de armónicos en voltaje o corriente de una señal. En la literatura se pueden encontrar dos diferentes definiciones de la distorsión armónica. En la primera de ellas, el contenido de armónicos contenidos en una señal son comparados con la componente fundamental (THD_F) . En la segunda definición, el contenido de armónicos es comparado con el valor RMS de la señal (THD_R) . Dichos factores de distorsión vienen dados por la ecuación 2.17 [29].

$$THD_F = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} I_n^2}}{I_1} \qquad THD_R = \sqrt{\frac{\sum_{n=2}^{\infty} I_n^2}{\sum_{n=1}^{\infty} I_n^2}}$$
(2.17)

donde I_n puede ser los valores RMS de la señal o las amplitudes de los armónicos, según sea el caso de estudio.

2.3. ANÁLISIS TIEMPO-FRECUENCIA

Como se ha mencionado antes, la teoría de Fourier es útil en el estudio de muchas aplicaciones pero presenta limitaciones porque no da información de la evolución de la señal a través del tiempo. Además existen señales cuyo contenido espectral cambia tan rápidamente que se dificulta encontrar una ventana apropiada en el tiempo para su análisis, debido a que en un intervalo pudiera no considerarse como cuasi-estacionaria y se hace necesario disminuir la resolución en frecuencia para localizar eventos específicos, lo que se traduce en un compromiso importante entre estas dos dimensiones [30], por estos motivos, se hace necesario, en algunos de estos casos, realizar un análisis en tiempofrecuencia que permita analizar estas dos dimensiones simultáneamente.

El procesamiento y análisis tiempo-frecuencia se aplica a señales con contenido en frecuencia variante en el tiempo. Estas señales se pueden representar adecuadamente mediante una distribución tiempo-frecuencia (TFD-Time-Frequency Distribution), la cual puede mostrar la forma en la cual se distribuye la energía de la señal en el espacio bidimensional tiempo-frecuencia. Así, en el procesamiento de la señal, se pueden aprovechar las características producidas por la concentración de la energía en dos dimensiones (tiempo y frecuencia) en vez de solo una (tiempo o frecuencia) [31].

2.3.1. Transformada de Fourier en tiempo corto

La STFT (Por sus siglas en inglés) puede ser interpretada como una versión enventanada de la transformada de Fourier para señales discretas, en la cual se va obteniendo la transformada de las muestras temporales que aparecen bajo una ventana que se va desplazando en el tiempo, obteniendo espectros consecutivos de zonas reducidas de la secuencia de entrada, cada una de ellas de longitud igual a la de la ventana y centradas en el tiempo alrededor del instante m [31]. Así pues, si se quiere realizar un análisis de lo sucedido en un tiempo en particular, entonces se toma una pequeña porción de la señal centrada alrededor de ese tiempo y se calcula el espectro en esta vecindad [30]. Dicha transformada viene dada por la ecuación 2.18 [26]:

$$STFT\{X(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)w(t-m)e^{-j\omega t}dt$$
(2.18)

Para la visualización o para etapas posteriores de procesamiento, puesto que la STFT no es real, se usa el espectrograma, que es el cuadrado de la magnitud de la STFT, tal como lo expresa la ecuación 2.19 [32],

$$T_{SPECT} = |STFT\{X(t)\}|^2$$
(2.19)

Dicha representación recibe el nombre de espectrograma, y no es más que una representación visual de las variaciones de frecuencia en el eje vertical y de la intensidad mediante los niveles de colores o grises [32].

2.3.2. Transformada wavelet continua (CWT)

Una Wavelet es una forma de onda de duración limitada que tiene un valor promedio cero. A diferencia del análisis de Fourier con sus funciones seno y coseno las cuales no son delimitadas en el tiempo extendiéndose desde menos infinito hasta más infinito, las wavelets suelen ser irregulares y asimétricas. El análisis wavelet, análogo al análisis de Fourier, descompone la señal en versiones escaladas y desplazadas de la Wavelet original o Madre $\psi(t)$, que representa el mismo papel que $e^{j\omega t}$ en la definición de la transformada de Fourier [24]. La Transformada Wavelet continua CWT se define como la suma en el tiempo de la señal Wavelet Madre escalada y multiplicada [19].

La expresión general para la transformada wavelet se define de acuerdo a la ecuación 2.20 [28]:

$$T_x(a,b) = \langle x, \psi_{a,b} \rangle = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt$$
(2.20)

donde a es el factor de escala y b es el factor de traslación.

Las wavelets $\psi_{a,b}$ generadas de la misma función wavelet madre $\psi(t)$ tienen diferente escala a y ubicación b, pero tienen todas la misma forma. Se utilizan siempre factores de escala a > 0. Las Wavelets son dilatadas cuando la escala a > 1, y son contraídas cuando a < 1. Así, cambiando el valor de a se cubren rangos diferentes de frecuencias. Valores grandes del parámetro a corresponden a frecuencias de menor rango, o una escala grande de $\psi_{a,b}(t)$. Valores pequeños de a corresponden a frecuencias de menor rango o una escala muy pequeña de $\psi_{a,b}(t)$ [33]. Este tipo de transformada permite analizar señales transitorias y de altas frecuencias con mejor resolución que la STFT. Lo anterior dado a que con la STFT una vez se ha seleccionado el ancho de la ventana todas las frecuencias son analizadas con la misma resolución de tiempo y frecuencia, mientras que la CWT permite ir adaptando el ancho de la ventana en función de las frecuencias y el tiempo [34], además, como la localización en frecuencia es logarítmica, es decir, proporcional al nivel de frecuencia, la localización en el tiempo es más detallada para las frecuencias más altas [35].

La figura 2.3 muestra un esquema del comportamiento de los dos tipos de transformada mencionadas, para un mejor entendimiento del funcionamiento de las mismas. Puede notarse pues, que con STFT se tiene en todo el dominio tiempo frecuencia una definición uniforme independientemente de la magnitud de la frecuencia para ambas dimensiones, mientras que en la CWT a mayores frecuencias aumenta la definición del tiempo y viceversa.



FIGURA 2.3: Representaciones y resoluciones en el dominio tiempo-frecuencia

2.4. EXTRACCIÓN DE CARACTERÍSTICAS

2.4.1. Medidas de energía

La energía contenida de una señal, denotada por ϵ_x está definida como:

$$\epsilon_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt \tag{2.21}$$

y la potencia de la señal se define deacuerdo a la ecuación 2.22

$$P_x = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt$$
(2.22)

Una señal es de energía si $\epsilon_x < \infty$ y es de potencia si $0 < P_x < \infty$. Una señal no puede ser de ambas a la vez porque para una señal de energía, la potencia $P_X = 0$ y para las señales de potencia $\epsilon_x = \infty$, pero una señal si puede ser de ninguna de las dos [36].

De igual forma, para una señal discreta, se define la energía total como:

$$E = \sum_{-\infty}^{\infty} |x(n)|^2 \tag{2.23}$$

Y para las señales en tiempo discreto de energía infinita, se define de acuerdo a la ecuación 2.24 [37] :

$$P = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} |x(n)|^2$$
(2.24)

2.4.1.1. Teorema de Parseval

Se puede expresar también la potencia promedio de $X_T(t)$ en el dominio de la frecuencia calculando la potencia asociada con cada componente de frecuencia. Esto conlleva a la idea de un espectro de potencia de $x_T(t)$, el cual representa la potencia promedio asociada con cada armónico de X_T . El espectro de potencia es entonces la distribución de la potencia en el dominio de la frecuencia. El Teorema de Parseval establece que la potencia promedio de una señal periódica se puede determinar en el dominio de la frecuencia elevando al cuadrado y sumando las amplitudes de las línes espectrales [38]. Ésto es:

$$P_x = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |X_n|^2$$
(2.25)

 X_n son las componentes espectrales obtenidas a partir de la ecuación 2.12.

Éste concepto es extensible también a las señales de energía, estableciendo entonces que el cálculo de la energía media total en el dominio del tiempo es numéricamente igual al cálculo de la energía media total en el dominio de la frecuencia [39], como sigue:

$$\epsilon\{x(t)\} = \epsilon\{X(\omega)\} \tag{2.26}$$

que no es otra cosa que:

$$\epsilon_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df \qquad (2.27)$$

2.4.1.2. Centroides espectrales

El centroide espectral de potencia de un proceso aleatorio o determinístico está definido como la frecuencia media del proceso. Si S(f) es la densidad espectral de potencia real, la frecuencia media \overline{f} es [40]

$$\overline{f} = \frac{\int_0^\infty S(f) f df}{\int_0^\infty S(f) df}$$
(2.28)

En la práctica, para localizar el centroide se indica una ventana, y entonces se encuentra la ventana espectral mas cercana a esa frecuencia. Usualmente es un poco mas alto que lo que se espera de manera intuitiva, debido a que es mucho mas alto que la frecuencia fundamental que contribuye al promedio [41].

2.4.2. Entropía espectral

La entropía de Shannon H(X), es definida como el la cantidad promedio de información por mensaje. Es expresada por la siguiente sumatoria sbre los posibles mensajes [42]

$$H(x) = -\sum_{X} P(X) \log_2 P(X)$$
 (2.29)

donde ${\cal P}(x)$ es la probabilidad asociada a la ocurrencia del evento definido por la variable aleatoriaX

La entropía espectral utiliza la densidad espectral de potencia, normalizada para obtener área igual a uno, como función masa de probabilidades. Al igual que para la entropía dependiente del tiempo, para el cálculo de la entropía espectral se aplican ventanas temporales y se calcula a partir de la expresión de la Entropía de Shanon dada por la ecuación 2.29, como sigue:

$$SE(m) = -\sum_{k=1}^{w} p_k^m \log p_k^m$$
 (2.30)

donde m es el número de ventanas, w es la duración de las ventanas y p_k^m esla función de masa de probabilidad obtenida a partir de la $m-\acute{esima}$ ventana partiendo de la densidad espectral de potencia estimada a partir de la transformada de Fourier por medio de la ecuación 2.19 [43].

2.5. APRENDIZAJE AUTOMÁTICO

El aprendizaje automático es una disciplina que tiene como uno de sus objetivos la clasificación de objetos u observaciones en un determinado número de categorías, a partir de los procesos de segmentación, extracción de características y descripción donde cada objeto queda representado por una colección de descriptores. El diseño de un sistema de aprendizaje automático se realiza a partir de una adquisición de datos y un pre procesamiento de los mismos, una representación de los datos y, por último, una toma de decisiones. Habiendo una amplia cantidad de técnicas para implementar un sistema automático de reconocimiento de patrones, la optimización debe realizarse dependiendo de la naturaleza del problema a resolver [44].

2.5.1. Máquinas de soporte vectorial

Una de las técnicas mas utilizada para la identificación en sistemas no lineales son las máquinas de soporte vectorial (SVM), que es un sistema de aprendizaje que ha tenido un desarrollo muy significativo tanto en la generación de nuevos algoritmos como en estrategias para su implementación, basado en la transformación de funciones no lineales en un espacio de mayor dimensión. Una SVM es un sistema para entrenar máquinas de aprendizaje lineal que, en su uso, se han encontrado muchas aplicaciones como clasificación de imágenes, reconocimiento de caracteres, detección de proteínas, identificación de funciones, entre otras [45], razón por la que han capturado mucha atención en los años recientes y que han sido introducidas como herramientas poderosas para resolver complejos problemas tanto de clasificación como de regresión [46].

2.5.1.1. Caso linealmente separable

Para solucionar un problema de clasificación, la SVM debe aprender una superficie de decisión adecuada, basándose en el conjunto de datos de entrenamiento. La superficie de decisión es un hiperplano que separa los patrones de entrenamiento en dos clases, según se encuentren a uno u otro lado del mismo. Se dispone entonces de un conjunto de N datos de entrenamiento llamados patrones de la forma $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \dots, (x_N, y_N)$ donde $x_i \in \mathbb{R}^n$. cada escalar y_i (llamado etiqueta) corresponderá a una de dos clases que se identificarán como +1 y -1. Se llamará vector de etiquetas al vector $\mathbf{y} = y_1, y_2, \dots, y_N$

En un problema linealmente separable existen muchos hiperplanos que pueden clasificar los datos. Pero las SVM no hallan uno cualquiera de esos hiperplanos, sino el único que maximiza la distancia entre él y el dato más cercano de cada clase. Ésta distancia es llamada margen, y al hiperplano que la maximiza se le llama Hiperplano Máximo de Margen o de Separación óptima (HSO). El hiperplano separador está dado de manera general por la ecuación 2.31

$$(\boldsymbol{w} \cdot \boldsymbol{x}) + b = 0$$
 donde $\boldsymbol{w}, \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n, b \in \mathbb{R}$ (2.31)

El entrenamiento consiste en hallar el vector \boldsymbol{w} de pesos que contiene la ponderación de cada atributo, indicando qué tanto aportan en el proceso de clasificación. En tanto que b define el umbral de decisión, llamado usualmente bias en inglés. La función discriminante (distancia) d será la función

$$d(x, \boldsymbol{w}, b) = \frac{|(\boldsymbol{w} \cdot \boldsymbol{x}) + b|}{||\boldsymbol{w}||} \quad \text{con} \quad ||\boldsymbol{w}|| = \sqrt{(\boldsymbol{w} \cdot \boldsymbol{w})} \quad (2.32)$$

donde ||w|| es la norma asociada al producto escalar en \mathbb{R}^n . Como se trata de patrones separables se puede reescalar w y b, de tal manera que:

$$d(x, \boldsymbol{w}, b) = \frac{1}{||\boldsymbol{w}||} \Rightarrow |\boldsymbol{w} \cdot \boldsymbol{x}_i + b| = 1$$
(2.33)

Así se obtiene el HSO canónico en el cual los patrones de entrenamiento mas cercanos al plano tienen distancia normalizada d(x, w, b) = 1, con d(x, w, b) > 1 para los demás patrones [47]. Dados los vectores de entrenamiento $x_i \in \mathbb{R}^n, i = 1, \cdot, N$, de dos clases, y un vector de etiquetas $y \in \mathbb{R}^n$, de manera que $y_i \in \{-1, 1\}$, suponemos que tenemos un hiperplano que nos separa las muestras positivas y negativas. Los puntos de x que yacen en el plano serán los que satisfagan la ecuación , donde es ortonormal al hiperplano, $\frac{b}{||w||}$ es la distancia perpendicular desde el hiperplano al origen, y ||w|| es la norma de w. Si consideramos d_+ o d_-) como la distancia más corta desde el hiperplano a la muestra positiva (o negativa) más cercana y definimos el margen como $(d_+ + d_-)$, para el caso lineal separable, el algoritmo SVM buscará el hiperplano que nos ofrezca un margen mayor. Esto puede ser formulado de la siguiente forma.

Suponiendo que todas las muestras de entrenamiento satisfacen las siguientes restricciones,

$$x_i \cdot w + b \ge +1$$
 para $y_i = +1$ (2.34)

$$x_i \cdot w + b \leqslant -1$$
 para $y_i = -1$ (2.35)

que combinadas dan lugar a la siguiente inecuación:

$$y_i(x_i \cdot w + b) - 1 \ge 0 \qquad \forall_i$$
 (2.36)

Los puntos en los que se cumpla que $x_i \cdot w + b = 1$ formarán el hiperplano H_1 , con norma w y distancia perpendicular al origen $\frac{|1-b|}{||w||}$. De manera similar, los puntos que cumplan $x_i \cdot w + b = -1$ constituirán el hiperplano H_2 , con la misma norma que H_1 y distancia perpendicular al origen $\frac{|-1-b|}{||w||}$. Por tanto $d_+ = d_+ = 1$ y el margen es simplemente $\frac{2}{||w||}$. Nótese que H_1 y H_2 van a ser paralelos y que no existirá ninguna muestra entre ellos. La tarea es encontrar entonces aquel par de hiperplanos que dé el máximo margen minimizando $||w||^2$. En la figura 2.4 se ilustra cómo sería la solución para este caso. Aquellas muestras de entrenamiento que satisfacen la ecuación anterior y cuya eliminación provocaría un cambio en la solución serán los llamados vectores de soporte (que en la imagen aparecen rodeados). No obstante, en la implementación de este algoritmo se realiza una formulación de Lagrange, puesto que lo que necesitamos es resolver un problema de optimización con restricciones. Al introducir los multiplicadores de Lagrange $\alpha_i, i = 1, \cdot, n$,obtendremos una expresión de la forma

$$L_p = \frac{1}{2} ||w||^2 - \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i (x_i \cdot w + b) + b + \sum_{i=1}^n \alpha_i$$
(2.37)

Ahora se trata de minimizar L_p con respecto a \boldsymbol{w}, b , y además exigir que las derivadas de L_p respecto a todos los coeficientes α_i estén sujetas al requisito $\alpha_i \ge 0$. Nos enfrentamos por tanto a un problema cuadrático convexo, ya que estamos utilizando una función convexa y el conjunto de puntos que satisfacen los requisitos será también convexo. Esto significa que tenemos que resolver el siguiente problema dual: hay que maximizar L_p



FIGURA 2.4: Hiperplano de separación óptima

teniendo en cuenta el gradiente de L_p respecto a w y b, pero también que los coeficientes α_i tienen que tomar valores positivos. De esta forma tenemos las siguientes condiciones:

$$w = \sum_{i} \alpha_{i} y_{i} x_{i} \qquad \sum_{i} \alpha_{i} y_{i} = 0 \qquad (2.38)$$

que si la sustituimos es la ecuación 2.37 obtenemos:

$$L_D = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \alpha_j y_i y_j (x_i \cdot x_j)$$
(2.39)

Nótese que hemos utilizado etiquetas distintas para las ecuaciones de Lagrange (P por principal, D por dual) con el objetivo de enfatizar que las dos formulaciones son diferentes: L_D y L_p surgen a raíz del mismo problema pero están sujetas a requisitos diferentes, y la solución es encontrada minimizando L_p o maximizando L_D .

Las máquinas de vectores de soporte creadas por el algoritmo maximizarán L_D siempre bajo los requisitos definidos anteriormente. Tendremos un multiplicador de Lagrange α_i por cada muestra de entrenamiento y en la solución sólo aquellos elementos que cumplan $\alpha_i \ge 0$ serán vectores de soporte. Todas las demás observaciones tendrán un $\alpha_i = 0$ y deberán ubicarse en su espacio correspondiente [48].

2.5.1.2. Caso linealmente no separable

Cuando las clases no son linealmente separables, el uso de la SVM lineal no nos lleva a los mejores resultados. La mejora que introducimos con respecto al caso anterior es el uso de funciones Kernel que suponen de forma implícita una transformación del espacio de entrada a otro de dimensión mayor, idealmente ∞ , donde se espera que las clases si sean linealmente separables, o que la distancia entre ellas aumente.

En la definición del hiperplano en SVMs, los datos de entrenamiento aparecen en forma de producto escalar, $x_i \cdot x_j$, así que si transformamos los datos de entrada a un espacio Euclideo S de mayor dimensión usando la función $\varphi(\cdot)$, tenemos que : $\varphi : \mathbb{R}^d \to S$. En consecuencia a lo dicho anteriormente, tendremos que el problema del entrenamiento dependerá de $\varphi^T(x_i) \cdot \varphi(x_j)$ en el espacio S. Si encontramos una función Kernel que realice la operación $K(x_i, x_j) = \varphi^T(x_i) \cdot \varphi(x_j)$, podríamos usarla directamente sin necesidad de conocer φ a priori [49]. Así pues una función kernel es una función que asigna a cada par de elementos del espacio de entrada, un valor real correspondiente al producto escalar de las imágenes de dichos elementos en un nuevo espacio F (espacio de características) [50].



FIGURA 2.5: Uso de un kernel para la transformación de los datos

En la figura 2.5 se ilustra la idea del uso de un kernel, el cual, aplicado a un conjunto de datos no separables, ha producido un conjunto de datos separables que se puede resolver como se ha mencionado en la sección anterior.

Capítulo 3

Metodología

Se ha hecho uso de 3 bases de datos. La primera de ella está compuesta por 30 pacientes afectados por la enfermedad de Parkinson, que han sido etiquetados por un neurólogo experto de acuerdo a la escala MDS-UPDRS. La segunda base de datos está compuesta por 37 jóvenes sanos recolectada y suministrada, al igual que la primera base de datos, por el Grupo de Investigación GITA. La tercera base de datos está compuesta 39 personas adultas, con edades superiores a los 50 años y ha sido tomada en transcurso del proyecto por investigadores del grupo. La tabla resume las bases de datos utilizadas en el trabajo.

CUADRO 3.1: Resumen de la base de datos utilizada para el desarrollo del proyecto. **PD**: Pacientes con enfermedad de Parkinson. **HC**: Controles sanos. μ : promedio, σ : desviación estándar.

	PD pa	cientes	HC já	ovenes	HC adultos	
	hombres	mujeres	hombres	mujeres	hombres	mujeres
Número de participantes	11	19	21	16	21	18
Edad $(\mu \pm \sigma)$	61.7 ± 6.8	66.1 ± 8.5	25.3 ± 4.5	23.1 ± 3.0	67.4 ± 12.8	60.5 ± 8.0
Rango de edad	48-83	25 - 75	21-42	20-32	49-84	50-74

En las bases de datos se capturan 3 bio-señales: voz, escritura y marcha. En este trabajo se analizan las señales de marcha, siendo las otras dos utilizadas para otras investigaciones conjuntas y posteriores trabajos del grupo de investigación. Todas las muestras de aceleración se han tomado con una frecuencia de muestreo de 102.4 Hz, 8 bits de cuantización. Se toman 3 ejercicios en particular cada uno con duración de entre 20 y 50 segundos:

Ejercicio 1: Marcha en línea recta ida y vuelta en un trayecto de 10 metros en 2 repeticiones. Longitud total de recorrido 40 metros con duración variable.

Ejercicio 2: Ejercicio de "tapping", consistente en tocar alternativamente con la punta y el talón del pie izquierdo el piso, sentado en una silla, con el pie derecho en reposo. El tiempo total de cada muestra es de 20 segundos con un número de repeticiones variable.

Ejercicio 3: Análogo al Ejercicio 2, pero con el pie derecho en el ejercicio y el pie izquierdo en reposo.

Las muestras han sido tomadas con un sistema automatizado de análisis de marcha eGait [11], cuyos acelerómetros tienen un rango de 6g (sensibilidad 300 mV / g) y sus giróscopos tienen un rango de 6500 grados/segundo (sensibilidad 2 mV/ grado /seg), y a una frecuencia de muestreo de 102 Hz. Las señales del sensor se transmiten a través de Bluetooth para su posterior análisis. La figura 3.1 muestra un esquema de los zapatos utilizados para la captura de los datos.



FIGURA 3.1: Zapatos utilizados para las grabaciones de marcha

En cada ejercicio, los sensores capturan la aceleración lineal y la aceleración angular en los ejes x, y, z, teniendo como resultado 6 series temporales para cada uno de los ejercicios en cada uno de los pies de los participantes. En total, para cada participante en la toma de muestras, se capturan 6 señales (aceleración lineal y aceleración angular en los ejes x, y, z) por cada pie, lo equivale a 12 señales por cada ejercicio teniendo en cuenta ambos pies.

3.1. Extracción de características en el tiempo

En esta primera etapa, lo primero que se ha realizado es la normalización de las señales temporales a fin de contrarrestar las posibles incompatibilidades que tienen que ver con las condiciones de las medidas. En la figura 3.2 se muestran algunas señales adquiridas en el dominio temporal.

Posteriormente se ha implementado un algoritmo para extraer, para cada paciente y para cada control joven y adulto, características de shimmer absoluto y relativo y jitter



(b) Persona afectada con EP

FIGURA 3.2: Muestra de señales de aceleración normalizadas en controles y pacientes

absoluto y relativo. En la extracción de éstos dos parámetros se ha calculado un coeficiente para toda la trama temporal y un vector en términos del tiempo para denotar de manera dinámica la evolución de ambos parámetros a lo largo del tiempo, con lo cual se tiene una idea del porcentaje de perturbación de amplitud y frecuencia en la totalidad del ejercicio y, además, la variabilidad de éstas perturbaciones a medida que se está realizando el ejercicio.

Otra medida de interés tiene que ver con la localización en el tiempo de los 3 puntos de máxima amplitud en la función de la posición de la señal, para lo cual se ha integrado numéricamente la señal de aceleración obtenida por medio de los acelerómetros hasta obtener la posición. Dicho parámetro ha sido calculado únicamente para el ejercicio del tap, pudiendo darnos una idea del momento en el cual el participante grabado hace más énfasis en el movimiento.

La figura 3.3 muestra una muestra de los desplazamientos en el eje vertical para el ejercicio del tap.



(c) Persona afectada con EP

FIGURA 3.3: Muestra de señales de aceleración normalizadas en controles y pacientes

3.2. Extracción de características en el dominio tiempofrecuencia

3.2.1. Espectrogramas

En esta etapa se ha enventanado la señal usando para ello una ventana rectangular con una duración de 0.5 segundos y una resolución de 512 puntos. A partir de allí se ha dividido el espectro en 20 bandas de igual ancho con la finalidad de calcular medidas relativas en cada una de dichas bandas posicionadas alrededor de diferentes magnitudes de frecuencia, cada una con 25 puntos de definición, por lo que los 12 puntos sobrantes se suprimen de las frecuencias mas altas. La escala utilizada para la representación va desde los 0 hasta los 50 Hz, por lo que las bandas presentan una distribución uniforme de 2.5 Hz. La figura 3.4 muestra los espectros de las señales de un individuo para cada pblación cuando se estudia el eje x en el ejercicio del 4x10.



FIGURA 3.4: Muestra de espectrogramas

3.2.2. Escalogramas

En la CWT se ha empleado la misma ventana rectangular y se ha hecho uso de la wavelet madre Daubechies con 5 coeficientes, habiendo buscado diferencias con el uso de 3 a 7 coeficientes y sin encontrar en ello grandes diferencias. El escalamiento en el plano TF con dicha transformada, se hace con una resolución de 128 bandas en frecuencia, distribuidas de manera no uniforme entre 0.5 Hz y 68 Hz aproximadamente. La figura



3.5 muestra los escalogramas de las señales de un individuo de cada población cuando se estudia, de igual manera que en los espectrogramas, el eje x en el ejercicio del 4x10.

FIGURA 3.5: Muestra de escalogramas

A partir de los coeficientes proporcionados por los espectrogramas de la STFT y los escalogramas de la CWT, se ha hecho uso del teorema de Parseval para calcular las energías por banda de cada una de las señales, la energía total de todo el espectro y la entropía espectral.

Para el cálculo de los centroides espectrales, se ha calculado los 3 puntos que dividen el espectro en 4 partes porcentualmente iguales en términos de energía acumulada, esto es, la determinación de las frecuencias que cortan el espectro en el $25\,\%,\,50\,\%$ y $75\,\%$ de la energía total.

3.3. Clasificación

Para la clasificación se ha hecho uso de una SVM implementada por medio del software Matlab. Para elegir los mejores parámetros se ha hecho uso de un kernel lineal, con lo cual solamente debe de evaluarse un parámetro de optimización C, que está directamente relacionado con los coeficientes α_i en la optimización del hiperplano de separación. Se ha hecho un barrido por diferentes posibles valores que C podría tomar y se elige el más óptimo. Se realiza validación cruzada con el 10 % de da individuos de cada población y se realiza test de clasificación con otro 10 % de manera recurrente.

3.3.1. Validación cruzada

En esta etapa, para comenzar la implementación de la SVM, de cada población retiramos el 20% de los individuos. Un 10% para validar parámetros y otro 10% para hacer el test. Se tienen 3 bases de datos de 30, 37 y 39 participantes entre pacientes, jóvenes y adultos respectivamente. Se toma por consiguiente 3 pacientes, 4 jóvenes y 4 adultos y se separan por completo del algoritmo, llamaremos a este grupo grupo de test. Tomamos otro grupo de 3 pacientes, 4 jóvenes y 4 adultos y los separamos en un grupo que llamaremos grupo de validación. Los restantes 27 pacientes, 33 jóvenes y 35 adultos se agruparán en el grupo de entrenamiento. Entrenamos la SVM con el grupo de entrenamiento para cada posible valor del parámetro C y selecciono el que produzca mejores resultados haciendo clasificación con el grupo de validación. Luego, intercambiamos el grupo de validación por individuos del grupo de entrenamiento y repito el proceso, a fin de que todos los participantes, exceptuando los participantes que momentáneamente hacen parte del grupo de test, participen como objetos de clasificación en el procedimiento de validación. De esta manera se obtiene un grupo de valores de C óptimos como repeticiones con grupos de validación diferentes, de los cuales se elige el C con el que mayores aciertos se obtuvo.

Ls valores de C barridos para la optimización de la SVM se muestran en la taba 3.2

CUADRO 3.2: Diferentes valores de c para el barrido del parámetro óptimo

С	$10e^{-3}$	$10e^{-2}$	$10e^{-1}$	1	10	$10e^{2}$	$10e^{3}$	$10e^4$
---	------------	------------	------------	---	----	-----------	-----------	---------

Con esto, al tener 8 posibles valores de C, lo que se hace es entrenar 8 veces la SVM, cada vez con un valor diferente del parámetro y evaluando con el grupo de validación.

Finalmente, elijo el C que me produce más aciertos. Se intercambia la misma cantidad de individuos entre el grupo de validación y grupo de entrenamiento, obteniendo dos nuevos grupos con los cuales repito los 8 entrenamientos. Repito hasta que todos los miembros de éstos dos grupos hayan sido parte del grupo de validación y obtengo un vector de Ccon los cuales se tiene el mayor npúmero de aciertos en cada uno de las repeticiones con grupos distintos. Se elige el C con el que más aciertos se obtiene de ese vector y se realiza el test con el 10 % que hace parte del grupo de test. Intercambio la porblación de test a fin de tener un grupo diferente y realizo de nuevo todo el procedimiento. Finalmente promedio los resultados y ése será el resultado final.

3.3.2. Máquina de soporte vectorial

Después de haber obtenido el valor de C óptimo en el procedimiento de validación, tomo el grupo de test y realizo la clasificación pertinente. Una vez hecho el procedimiento, intercambio el grupo de test por individuos de los otros dos grupos y repito la validación y el test. Así, al hacer el mismo procedimiento de manera recurrente se realiza test a la totalidad de los individuos, cada vez separando un pequeño grupo para hacer las pruebas e intercambiandolo de manera recurrente. Finalmente se hace un promedio de los resultados obtenidos.

Capítulo 4

Resultados y análisis

4.1. Resultados con características frecuenciales

4.1.1. Resultados de las características frecuenciales

La tabla 4.1 muestra los resultados obtenidos cuando se realiza la clasificación teniendo en cuenta los ejercicios completos, es decir, los resultados de la clasificación por cada tarea incluyendo todo el conjunto de características. Además muestra el resultado obtenido cuando se considera cada una de las medidas por cada ejercicio y por su combinación.

	PD Vs HCY		PD Vs HCC		
	CWT	STFT	CWT	STFT	
4X10	94%	79%	68%	65%	
Tapping	86%	83%	84%	88%	
4x10+Tapping	88%	76%	82%	73%	
Ea 4x10	86%	89%	71%	73%	
Ea tapping	79%	85%	82%	81%	
Ea 4x10+tapping	91%	86%	84 %	78%	
Er 4x10	94%	85%	72%	68%	
Er tapping	82%	76%	79%	92%	
Er 4x10+tapping	83%	83%	78%	84%	
EE 4x10	91%	85%	66%	71%	
EE tapping	88%	89%	81 %	88%	
EE 4x10+tapping	91%	89%	85%	76%	
CE 4x10	88%	73%	75%	62%	
CE tapping	80%	74%	79%	81%	
CE 4x10+tapping	88%	76%	76%	72%	

CUADRO 4.1: Resultados totales de la clasificación en el dominio tiempofrecuencia.**HCY**: controles jóvenes. **HCo**: controles adultos. **PD**: Pacientes.**Ea**:Energía absoluta.**Er**:Energía relativa. **EE**: Entropía.**CE**:Centroides espectrales

Para la las tareas con la combinación de todas las características, realizando un análisis por medio de la transformada CWT, se ha conseguido una efectividad de hasta el 94 % con respecto a los jóvenes cuando se considera la tarea del 4x10 únicamente y, al mezclarse con la tarea del tapping, reduce a 88 %. Cuando se considera a la población adulta, la mayor efectividad en la combinación de características se consigue solamente con el tapping, alcanzando un 84 % de efectividad. Al considerar la STFT, para los jóvenes y los adultos se consigue mayor efectividad en la tarea del tapping, alcanzando un 84 % y un 88 % respectivamente.

Al separar la clasificación por grupos de características para los jóvenes, la mayor efectividad con el análisis CWT se consigue con la energía relativa, siendo ésta del 94%, que es la misma efectividad de todas las características juntas. La característica que supone menos efectividad es la energía absoluta al considerar solamente la tarea del tapping, llegando al 79% frente a un 85% de la misma medida con el espectrograma. Para el análisis de la STFT en ésta misma población se consiguió como máximo el 89% cuando se considera la energía absoluta del 4x10 y cuando se considera la entropía. Los resultados más desfavorables tienen que ver con los centroides espectrales, que en la combinación de las tareas produce el 76% de asertividad.

En la población de adultos los resultados cambian notoriamente, teniendo una asertividad por medio del análisis CWT de 85% como máximo cuando se considera la combinación de tareas con la medida de entropía, y siendo precisamente la entropía únicamente en el ejercicio 4x10 el resultado más bajo, con un 66% de asertividad. En el análisis STFT con ésta última población se ha conseguido una cantidad de aciertos del 92% cuando se mide la energía relativa en la tarea del tapping.

4.1.2. Resultados con características temporales

En el análisis temporal, se ha realizado la clasificación únicamente con los pacientes jóvenes de todas las características, a fin de realizar una comparación entre ambos dominios. La tabla 4.2 muestra un resumen de los resultados

A pesar de que en éstos resultados hay buena eficiencia, ninguno llega al porcentaje óptimo de la clasificación en frecuencia. Además, presenta algunas limitaciones como lo son el cálculo del jitter, que es un parámetro que debido a la naturaleza del problema, su falta de periodicidad puede introducir cálculos erróneos en el cálculo.

El parámeto de tiempo en el cual se alcanza los 3 puntos máximos y la distorsión armónica total de la señal han sido también calculados para la población adulta, y en la clasificación se ha obtenido un 71 % y 59 % de efectividad respectivamente, lo cual no

4X10	89%
Tapping	86%
4x10+Tapping	79%
Sha 4x10	89%
Sha tapping	89%
Sha 4x10+tapping	79%
Shr 4x10	89%
Shr tapping	85%
Shr 4x10+tapping	79%
Jia tapping	89%
Jir tapping	89%
THD	81%
ТР	76%

CUADRO 4.2: Resultados totales de la clasificación en el dominio espacio-temporal. Sha:Shimmer absoluto.Shr:Shimmer relativo. Jia: Jitter absoluto. Jir:Jitter relativo. THD: Distorsión armónica total. TP: Localización temporal de los máximos

es una diferencia significativa teniendo en cuenta los cambios en la motricidad entre las dos poblaciones en el primero de los casos, pero sí se observa una disminución del 20 % en la segunda.

El mejor resultado se alcanza solamente en la tarea del 4x10 con una asertividad del 89% que es el mismo resultado entregado por las medidas independientes del shimmer absoluto en la tarea 4x10 y el tapping. El shimmer relativo y el jitter absoluto y relativo en esta tarea tienen el mismo resultado. Al combinar las tareas, los resultados disminuyen a 79%.

4.1.3. Análisis

En el procedimiento de extracción de características se han hecho evidentes algunas particularidades con respecto al comportamiento de las magnitudes medidas. Una de ellas tiene que ver con la energía absoluta, que para los controles jóvenes se hace mayor que para todos los ejercicios en frecuencias bajas. [51].

En la figura 4.1 se muestra la envolvente de la energía absoluta en los 3 ejes para el caso de la aceleración lineal y la aceleración angular entre pacientes y controles jóvenes, donde se puede evidenciar que los controles tiene mayor energía en casi que todas las frecuencias en todos los ejes para el ejercicio 4x10.

La energía absoluta solamente se hace menor en los controles con respecto a los pacientes cuando se evalúa el ejercicio de tap en el pie que está en reposo, y se hace más enfático en el eje de máximo movimiento para esta tarea que es el eje z, tanto para la aceleración



(a) Aceleración en el eje x. Paciente vs (b) Aceleración en el eje y. Paciente vs adulto



(c) Aceleración en el eje z. Paciente vs (d) Aceleración angular en el eje x. Pacienadulto te vs joven



(e) Aceleración angular en el eje y. Pacien- (f) Aceleración angular en el eje z. Paciente vs joven te vs joven

FIGURA 4.1: Envolventes de energías absolutas para el ejercicio 4x10 en pacientesvs controles jóvenes

lineal como para el giróscopo. Cabe anotar que el comportamiento tendiente a mayores energías en los pacientes que en los controles jóvenes y adultos en el ejercicio del tap cuando el pie está en reposo, se puede deber al temblor en reposo alrededor de los 4-6 Hz que caracteriza a la enfermedad. La figura 4.2 ilustra las energías absolutas para el pie izquierdo en el eje z, cuando un control joven y uno adulto realizan la tarea del tapping con respecto al enfermo.

El segundo parámetro que ha suscitado interés es la energía relativa, pues cumple la



FIGURA 4.2: Envolvente de las energías absolutas para el pie en reposo en el ejercicio del tapping en el eje z

particularidad de que a frecuencias alrededor de los 2 Hz en los ejes donde hay movimiento pronunciado, como en el eje z en el ejercicio del tapping, es mayor en los controles que en los pacientes, pero a partir de allí es más alta para los pacientes en todos los ejercicios en todos los ejes, excepto en el eje del giroscopio en x y en y dónde se hace menor a frecuencias elevadas (excepto, nuevamente, en el ejercicio del tapping con el pie en reposo), tanto al compararlos con los controles jóvenes como con los controles adultos.La figura 4.3 muestra la energía relativa para el ejercicio del tapping en el eje z para un control adulto, tanto para los escalogramas como para los espectrogramas

Con respecto al tercer parámeto, la entropía espectral, se evidencia que es mayor, para los controles que para los pacientes en todo el espectro. La figura ?? ilustra la envolvente de las entropías a partir de los escalogramas y los espectrogramas para el ejercicio del 4x10, donde puede verse, en ambos casos,que a bajas frecuencias la entropía es mayor en los controles y se van aproximando a medida que aumenta la frecuencia. (Para el escalograma, con los coeficientes mas altos corresponden a las frecuencias mas bajas.)

Para finalizar, los centroides espectrales han sido los parámetros que menos información han brindado para cada grupo de pacientes. Cabe anotar que para el ejercicio del tapping esta medida sumnistra información importante. En la figura ?? se muestra los centroides espectrales para el ejercicio 4x10 de pacientes con respecto a jóvenes, donde se puede visualizar que los pacientes siempre alcanzan los cuartiles de energía a mayores frecuencias.

En la tabla 4.3 se muestra un resumen de las mejores medidas para cada una de las tareas realizadas.



FIGURA 4.3: Energía relativa para el tapping en el eje z para un control adulto

	PD Vs		HCY	CY		PD Vs HCO		
	CWT	Resultado	STFT	Resultado	CWT	Resultado	STFT	Resultado
4X10	Er	94%	$ E_a, EE$	89%	CE	75%	Ea	71%
Tapping	EE	91%	EE	83%	\mathbf{EE}	81%	E_r	92%
4x10+Tapping	E_a, EE	91%	EE	89%	EE	85%	E_r	84%





(a) Aceleración en el eje x usando escalo- (b) Aceleración en el eje y usando escalogramas. gramas.





gramas.

(c) Aceleración en el eje z usando escalo- (d) Aceleración angular en el eje x usando espectrograma.



(e) Aceleración angular en el eje y usando (f) Aceleración angular en el eje z usando espectrograma.. espectrograma..

FIGURA 4.4: Envolventes de las entropías en el ejercicio 4x10 apartir del escalograma y el espectrograma para un paciente Vs un control joven



FIGURA 4.5: Centroides espectrales de población joven en el ejercicio del tapping

Capítulo 5

Conclusiones

Al realizar la clasificación entre jóvenes y pacientes se tiene un panorama demasiado alentador. Sin embargo, el primer resultado importante a discutir es la diferencia en la efectividad en casi todas las tareas en la clasificación cuando se considera pacientes respecto a jóvenes o pacientes respecto a las personas adultas. Esto puede deberse a que en las personas adultas no solamente la enfermedad de Parkinson produce deterioro motriz. El desgaste natural del cuerpo y otras posibles enfermedades o lesiones pueden tener un efecto negativo en a motricidad.

En la tabla 5.1 se muestra un resumen con los resultados obtenidos en la clasficación

CUADRO 5.1: Resumen de los resultados obtenidos en la clasificación. **PD**: Pacientes con enfermedad de Parkinson. **HC**: Controles sanos. μ : promedio, σ : desviación estándar.

	PD V	/s HC _y	PD V	s HC _o
	CWT	STFT	CWT	STFT
As ertividad $(\mu\pm\sigma)$	$86.94\%{\pm}4.6\%$	$82.83\%{\pm}6.15\%$	$ 77.77\%\pm5.6\%$	$77.6\%{\pm}8.69\%$

Los resultados obtenidos por medio de la transformada CWT son ligeramente superiores a los de la STFT en ambas poblaciones, no obstante son pequeñas las diferencias en el resultado general. Como se ha dicho antes, el parámetro que mas se ha acentuado en este estudio es la edad de los participantes.

Las mejores medidas para realizar los diferentes análisis son la energía relativa y la entropía para ambas poblaciones, siendo los centroides espectrales los que menos información aportaron, sin dejar olvidado que tuvieron un buen desempeño con los jóvenes con una eficiencia en la transformada CWT del 88 %.

Otro punto a considerar es que en la combinación de tareas, no necesariamente se tiene mejores resultados. De hecho, con todas las características juntas, al combinar 4x10 y

tapping, se tiene una disminución del 6 %. De la misma manera, el mejor resultado para todas las tareas del 4x10 se obtiene únicamente con la evaluación de la energía relativa. Con ello se sigue que tener una matriz de características de mayor dimensionalidad que otra no me garantiza mejores resultados.

Por último, cabe resaltar que en las características temporales, la adecuación de las técnicas de análisis de voz para análisis de marcha requiere de un trabajo detallado y completo para tener resultados confiables, pues como se ha dicho antes, la naturaleza del problema puede producir la inserción de errores en el cálculo de algunos de los parámetros. Sin embargo, los resultados son muy cercanos a los resultados obtenidos en la clasificación en el dominio TF, con una disminución en asertividad, para los jóvenes, únicamente del 2%, lo cual indica que tanto los parámetros temporales aquí descritos como los de TF estudiados en el trabajo, suminitran muy buena información para caracterizar la EP.

Bibliografía

- [1] Florentino Prado Esteban Angélica Muñoz Pascual M.^a Victoria Hernández Jiménez Jacinto Duarte García-Luis M.^a Teresa Guerrero Díaz, M.^a Cruz Macías Montero. *Tratado de geriatría para residentes*. Sociedad española de geriatría y gerontología, 2006.
- [2] Dra. Beatriz de la Casa Fages. GuÍa informativa de la enfermedad de parkinson. Servicio de Neurología Hospital General Universitario Gregorio Marañón. Grupo de Investigación en Fisiopatología y Tratamiento de los Trastornos del Movimiento. Instituto de Investigación Sanitaria Gregorio Marañón Madrid, 1(1): 1–39, 2013.
- [3] Dr. Pedro Chaná. Enfermedad de Parkinson. CETRAM-USACH. INTERNATIONAL MEDICAL TEXTS, 2010.
- [4] Pedro J. García Ruiz. Prehistory of parkinson's disease. Neurología, 19(1): 735–737, 2004.
- [5] Rocío CASINELLI, David y SANTIBAÑEZ. Relación entre manifestaciones motoras y deterioro cognitivo en la enfermedad de parkinson. *Federación de Revistas Neurológicas en Español*, 13(3):10–15, 2004.
- [6] Alonso Roque Jose Ignacio Serra olivares Jaime, Sánchez Pato Antonio. Valoración motriz del enfermo de parkinson: estudio de revisión. *Revista Fisioter*, 9(1):7–13, 2010.
- [7] Amin Cervantes Mayela Rodríguez-Violante. La escala unificada de la enfermedad de parkinson modificada por la sociedad de transtornos del movimiento (MDS-UPDRS): aplicación clínica e investigación. Archivo de Neurociencias(México), 19(3):157–163, 2014.
- [8] A. Alm. Stuttering the basal ganglia circuits: a review of possible relations. Journal of Communication Disorders, 7(4):325–369, 2004.

- [9] Sabine Mangold Milos R. Popovic Volker Dietz Ion P. I. Pappas, Thierry Keller and Manfred Morari. A reliable gyroscope-based gait-phase detection sensor embedded in a shoe insole. *IEEE SENSORS JOURNAL*, 4(2), 2004.
- [10] Pablo A Orozco Naranjo, Alejandro Muñoz Gutierrez. Detección de latidos cardiacos patológicos y normales utilizando transformada por paquetes wavelet, máquinas de soporte vectorial y perceptrón multicapa. *Tecno. Lógicas*, 1(31):pp 73–91, 2013.
- [11] E-Gait. embedded gait analysis using intelligent technology, Aug 2011. URL http://www.egait.de/.
- [12] R. Moe-Nilssen H.Bidda B.Dannieskod Marius Henriksen, H. Lund. Test-retest reliability of trunk accelerometric gait analysis. *Gait Posture*, 19(3):288–297, 2004.
- [13] Kristin A. Lowry-Jennica Bellanca Mark S. Redfern Ervin Sejdić, Member and Jennifer S. Brach. A comprehensive assessment of gait accelerometry signals in time, frequency and time-frequency domains. *IEEE TRANSACTIONS ON NEURAL SYSTEMS AND REHABILITATION ENGINEERING*, 22(3), 2014.
- [14] J. R. Orozco-Arroyave J. Hannick P. A. Perez-Toro, J. C. Vásquez-Correa and E. Nöth. Análisis motriz en las extremidades inferiores para el monitoreo del estado neurológio de pacientes con enfermedad de parkinson. XXI Symposium on Image, Signal Processing and Artificial Vision (STSIVA). Universidad de Antioquia, 2016.
- [15] Katharina Bergner Gerald Schickhuber Jürgen Winkler Jochen Kluckeb Björn Eskofier Jens Barth, Michael Sünkel. Combined analysis of sensor data from hand and gait motor function improves automatic recognition of parkinson's disease. 34th Annual International Conference of the IEEE EMBS, 2012.
- [16] Manuela Baron André Simon Christine F. Martindale Heiko Gaßner Jochen Klucken 3 JBjoern M. Eskofier, Sunghoon Ivan Lee. An overview of smart shoes in the internet of healththings: Gait and mobility assessment in health promotion and disease monitoring. *Appl. Sci.*, 7(986):1–17, 2017.
- [17] R. Arora E. Noth N. Dehak3 H. Christensen F. Rudzicz T. Bocklet M. Cernak H. Chinaei J. Hannink Phani Sankar Nidadavolu M. Yancheva A. Vann N. Vogler J. C. Vasquez-Correa, J. R. Orozco-Arroyave. Multi-view representation learning via gcca for multimodal analysis of parkinson's disease. In *International conference on acoustics, speech, and signal processing (ICASSP)*, pages 1–5, 2017.

- [18] Jürgen Winkler Bjoern Eskofier Jochen Klucken Julius Hannink, Heiko Gaßner. Inertial sensor-based estimation of peak accelerations during heel-strike and loading as markers of impaired gait patterns in pd patients. *ELSEVIER*, 8(1): 1–22, 2017.
- [19] PAPANDREOU SUPPAPOLA. Aplications in Time-Frequency Signal Processing. 2012.
- [20] Carla Lopes João Paulo Teixeira, Carla Oliveira. Vocal acoustic analysis jitter, shimmer and hnr parameters. ELSEVIER. CENTERIS 2013 - Conference on ENTERprise Information Systems / HCIST 2013 - International Conference on Health and Social Care Information Systems and Technologies, 9(1):1113–1121, 2013.
- [21] Marcelo R. Risk Vera de Payer Elizabeth Ricardo L.Armentano, Carlos
 E. DÁttellis. Procesamiento de señales e imagenes. Teoría y Aplicaciones.
 Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de Córdoba,
 Argentina. CPSI, centro de procesamiento de señales e imágenes., 2004.
- [22] Emilia Gómez Gutiérrez. Síntesis y procesamiento del sonido i. Curso 2009-2010, 1(1):1–6, 2009.
- [23] Pascual Ejarque Mireia Farrús, Javier Hernando. Jitter and shimmer measurements for speaker recognition. TALP Research Center, Department of Signal Theory and Communications Universitat Politècnica de Catalunya, 1(1): 1-4, 2009.
- [24] Dr. Juan Carlos Vallejo. Determinación de valores normales para el análisis acústico de la voz. SERVICIO DE OTORRINOLARINGOLOGIA HOSPITAL VOZANDES QUITO, 9(1):13–15, 2013.
- [25] Ali Gharsallah Imen Daly, Zied hajaiej. Speech analysis in search of speakers with MFCC, PLP, jitter and shimmer. 2017 International Conference on Advanced Systems and Electric Technologies (ICASET), 1(1):1–4, 2017.
- [26] Jimmy Alexander Cortés O. Del análisis de fourier a las wavelets. Scientia et Technica, 1(34):151–156, 2007.
- [27] B.P LATHI. Introducción a la teoría y sistemas de comunicación. Editorial Limusa, S.A, 2001.
- [28] A. Cohen and J. Kovacevic. Wavelets: The mathematical background. Proceedings of the IEEE, 84(4):514–522, 1996.

- [29] Doron Shmilovitz. On the definition of total harmonic distortion and its effect on measurement interpretation. *IEEE TRANSACTIONS ON POWER DELIVERY*, 20(1):526–528, 2005.
- [30] León Cohen. Time-frequency distributions-a review. IEEE TRANSACTIONS ON POWER DELIVERY, 77(7):941–981, 1989.
- [31] Boualem Boashash. Analysis and processing: A comprehensive reference. Queslaand University of Technology Brisbane, Australia, 1992.
- [32] Miguel Zamorano Castaño. Análisis de señales mediante STFT y wavelet : aplicación a defectología en rodamientos, Diciembre 2010. URL https://e-archivo.uc3m.es/handle/10016/10849.
- [33] Dr. Marcelo Lestes. Introducción a las wavelets. Agencia Nacional de Promoción científica y Tecnológica. Escuela de Posgrado., 2004.
- [34] LLUÏSA JORDI NEBOT ELKIN G. FLOREZ S., SALVADOR CARDONA i FOIX. Análisis en tiempo y frecuencoa de señales de vibración tomadas al pie del carril durante el paso de un tren. Scientia et Technica, 1(35):243–247, 2007.
- [35] andrés Felipe Quieno Martínez. Análisis tiempo-frecuencia por métodos no paramétricos orientado a la detección de patologías en bioseñales. Tesis presentada como requerimiento parcial para optar por el título de Magíster en Automatización Industrial, Universidad Nacional de Colombia, 2009.
- [36] Masoud Salehi John G. Proaxis. Communication Systems Engineering. Prentice Hall., 2002.
- [37] JUAN GÓMEZ SANCHIS MARCELINO MARTÍNEZ SOBER, ANTONIO J. SERRANO LÓPEZ. INTRODUCCIÓN. AL PROCESADO DIGITAL DE SEÑALES. Universidad de Valencia. Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Departamento de Ingeniería Electrónica, 2009.
- [38] José E. Briceño Márquez. Principios de las comunicaciones. Taller de Publicaciones de la Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes, 2012.
- [39] Maria Alfredo Ibarra Carrillo. Sistemas de comunicaciones. Facultad de ingeniería. Universidad autónoma de México, 2013.
- [40] James D. Meindl ELevy Gerzberg. Power-spectrum centroid detection for doppler systems aplications. Ultrasonic imagind 2, 1(2):232–261, 1980.
- [41] Unjung Nam. Automatic music style classification: Towards the detection of perceptually similar music, April 2001. URL https://ccrma.stanford.edu/~unjung/AIR/areaExam.pdf.

- [42] Bernard Sklar. Digital Comunications. Funadmentals and Aplications. Prentice Hall, 2016.
- [43] Carlos M Muravchik Andrea N Bermúdez, Enrique M Spinelli. Detección de eventos en señales de EEG mediante entropía espectral. XVIII Congreso Argentino de Bioingeniería SABI 2011 - VII Jornadas de Ingeniería Clínica, 1(1): 1–10, 2011.
- [44] Eduard Bertran Alberti. procesado digital de señales. Universidad Politécnica de Cataluña, 2006.
- [45] Ing. Juan Angel Resendiz Trejo. Las maquinas de vectores de soporte para identificación en línea. CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL, 2006.
- [46] EPervys Rengifo Rengifo Leonardo Jiménez Moscovitz. Las máquinas de soporte vectorial (SVMS). Scientia et Technica, 1(27):67–72, 2005.
- [47] EPervys Rengifo Rengifo Leonardo Jiménez Moscovitz. Al interior de una máquina de soporte vectorial. Facultad de Ciencias Naturales y Exactas Universidad del Valle, 14(1):73–85, 2010.
- [48] Icíar Civantos Gómez. Métodos de aprendizaje automático para el procesamiento de arrays de genes, Julio 2015. URL https://https://e-archivo.uc3m.es/handle/10016/23492.
- [49] Salvador Ramón Aguilar González. Igualación de canal no lineal mediante algoritmos kernelizados, Septiembre 2009. URL http://hdl.handle.net/10016/5943.
- [50] Enrique J. Carmona Suárez. Tutorial sobre máquinas de vectores soporte (SVM). Dpto. de Inteligencia Artificial, ETS de Ingeniería Informática, Universidad Nacional de Educación Distancia (UNED),, 1(1):1–25, 2014.
- [51] I. Clemente Benaiges C. Aviñó Farret, M. T. Maneiro Chouza. Neurorrehabilitación en la enfermedad de parkinson. Neurol Supl, 3(7):22–29, 2007.